Spieltheorie

B. Nebel, R. Mattmüller
Sommersemester 2012

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 3

Abgabe: Montag, 21. Mai 2012

Aufgabe 3.1 (Fixpunktsatz von Kakutani, 3 Punkte)

Der Fixpunktsatz von Kakutani lautet wie folgt:
Sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$ eine nicht-leere, kompakte und konvexe Menge und sei $f : A \to 2^A$ eine ober-hemi-stetige Korrespondenz, so dass für jedes $x \in A$ die Menge $f(x) \subseteq A$ nicht-leer und konvex ist. Dann hat f einen Fixpunkt, d. h. es existiert ein $x \in A$ mit $x \in f(x)$.
Alle sechs Bedingungen (A nicht-leer, A kompakt, A konvex, f ober-hemi-stetig, $f(x)$ nicht-leer, $f(x)$ konvex) werden tatsächlich benötigt, d. h. wenn man nur eine davon weglässt, gilt der Satz nicht mehr. Beweisen Sie dies für drei Bedingungen Ihrer Wahl.

Hinweis: In allen sechs Fällen existieren Gegenbeispiele für $n = 1$.

Aufgabe 3.2 (Support-Lemma, 2 Punkte)

Sei α ein gemischtes Strategieprofil, $a_i \in \mathit{supp}(\alpha_i)$, $a_i \notin B_i(\alpha_{-i})$, $a'_i \in B_i(\alpha_{-i})$ und α'_i definiert durch $\alpha'_i(a_i) = 0$, $\alpha'_i(a'_i) = \alpha_i(a'_i) + \alpha_i(a_i)$ und $\alpha'_i(a''_i) = \alpha_i(a''_i)$ für alle $a''_i \in A_i \setminus \{a_i, a'_i\}$. Zeigen Sie formal mit Hilfe der Definition des erwarteten Nutzens, dass $U_i(\alpha'_i, \alpha_{-i}) > U_i(\alpha_i, \alpha_{-i})$.

Aufgabe 3.3 (Gemischte Nash-Gleichgewichte, 3 Punkte)

Verwenden Sie die in der Vorlesung am Beispiel von BoS vorgestellte Methode (und das Support-Lemma), um alle gemischten Nash-Gleichgewichte in dem Spiel mit der folgenden Auszahlungsmatrix zu bestimmen.

	B	S	X
B	$4, 2$	$0, 0$	$0, 1$
S	$0, 0$	$2, 4$	$1, 3$

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.